

Test la INFORMATICĂ

Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul de lucru este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

Pentru itemul 1, scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Fie $S_{56} = \{5, 6, 10, 12, 15, 18, 20, 24, 25, 30, 35, 36, \dots\}$ mulțimea numerelor naturale strict pozitive divizibile cu 5 sau cu 6. Fie n un număr natural nenul. Care dintre expresiile C/C++ de mai jos este echivalentă cu relația $n \in S_{56}$? (5p.)

A. $!(n\%5 \ || \ n\%6)$

B. $(n\%2 \ \&\& \ n\%3) \ || \ n\%5$

C. $!((n\%2 \ \&\& \ n\%3) \ \&\& \ n\%5)$

D. $(!(n\%2) \ \&\& \ !(n\%3)) \ || \ !(n\%5)$

Scrieți pe foaia de examen răspunsul pentru fiecare dintre cerințele următoare.

2. Se consideră subprogramul F din dreapta, descris în pseudocod. Subprogramul primește la intrare, în parametrul n, un număr natural nenul.

```
subprogram F(n)
    (n - număr natural
     nenul)
```

a. Ce returnează apelul F pentru parametrul $n = 20$? (5p.)

b. Care este valoarea minimă a parametrului de intrare n astfel încât F(n) să returneze o valoare mai mare sau egală cu 200? (5p.)

c. Înlocuiți instrucțiunea $s \leftarrow s + b * b$ cu o secvență de pseudo-cod echivalentă care nu folosește operatorul de înmulțire, dar care folosește operatorii de adunare și scădere și instrucțiunea repetitivă cu test final repetă ...până când. (5p.)

```
a ← 0
b ← 1
s ← 0
cât timp s < n
    s ← s + b * b
    b ← a + b
    a ← b - a
returnează s
```

d. Scrieți o funcție C/C++ care implementează subprogramul F alăturat. (10p.)

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

Pentru fiecare dintre itemii 1 și 2, scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Câte secvențe distincte, formate doar din numerele 1, 2 și 3, pot fi create, astfel încât suma numerelor din fiecare secvență să fie 6? (5p.)

A. 18

B. 24

C. 30

D. 36

2. Fie $G = (V, E)$ un graf, unde $V = \{1, 2, \dots, 8\}$ iar $E = \{(x, y) \mid x \in \{1, 2, 3, 4\}, y \in \{5, 6, 7, 8\}\}$. Care este numărul de drumuri (lanțuri) care trec prin toate nodurile grafului o singură dată? Două drumuri (u_1, u_2, \dots, u_8) și (v_1, v_2, \dots, v_8) sunt considerate diferite dacă există măcar un index $i \in \{1, 2, \dots, 8\}$ astfel încât $u_i \neq v_i$. (5p.)

A. 144

B. 288

C. 576

D. 1152

Scrieți pe foaia de examen răspunsul pentru fiecare dintre cerințele următoare.

3. O mulțime de elevi trebuie grupați în clase, doi elevi aflați în aceeași clasă fiind considerați colegi. Relația de colegialitate este simetrică (dacă x este coleg cu y , atunci y este coleg cu x) și tranzitivă (dacă x este coleg cu y și y este coleg cu z , atunci x este coleg cu z). Considerăm că sunt n elevi, identificați prin numerele de la 0 la $n - 1$. Scrieți un program care efectuează următoarele operații:

• Etapa 1: Citește de la tastatură numărul n de elevi, după care citește succesiv perechi de elevi (x, y) , cât timp $x, y \in \{0, \dots, n - 1\}$ și $x \neq y$, și memorează faptul că x și y sunt colegi.

• Etapa 2: Citește succesiv de la tastatură perechi de elevi (x, y) , condiția de terminare fiind aceeași ca la etapa 1, și afișează "Da" dacă x și y sunt colegi, altfel "Nu", în conformitate cu datele citite în etapa 1.

Exemplu: presupunem că în etapa 1 sunt citite valorile $n = 7$ și perechile $(0, 1), (1, 2), (2, 3), (4, 5), (4, 6)$. În etapa 2, vor fi afișate următoarele mesaje pentru exemplele date: $(0, 1)$:Da, $(0, 3)$:Da, $(5, 6)$:Da, $(0, 6)$:Nu.

(10p.)

4. Scrieți o funcție care primește la intrare un tablou de numere întregi strict pozitive, mai mici sau egale cu 8192, având divizori primi doar din mulțimea $\{2, 3\}$. Funcția va returna cel mai mic multiplu comun al numerelor primite, sau -1 dacă datele de intrare nu respectă cerințele specificate. Justificați faptul că rezultatul este corect, indiferent de numărul elementelor tabloului primit. În realizarea implementării pot fi definite funcții ajutoare. Exemplu: pentru numerele $\{4, 6, 9\}$, funcția va returna 36. (10p.)

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

Pentru itemul 1, scrieți pe foaia de examen litera corespunzătoare răspunsului corect.

1. Fie definițiile C/C++ din dreapta. Ce valoare va returna apelul $J(0, 0, 0)$? (5p.)

- A. 0 B. 1 C. 2 D. 3

```
const int N = 10;
const int V[N] = { 1, 1, 2, 2, 3,
                  1, 1, 1, 1, 3 };
int J(int x, int count, int i)
{
    if (i == N) {
        return x;
    } else if (V[i] == x) {
        return J(x, count + 1, i + 1);
    } else if (count == 0) {
        return J(V[i], 1, i + 1);
    } else {
        return J(x, count - 1, i + 1);
    }
}
```

Scrieți pe foaia de examen răspunsul pentru itemul 2.

2. Schimbați definiția tabloului V astfel încât să aibă 10 elemente, valoarea 1 să apară de trei ori, valoarea 2 de trei ori, valoarea 3 de patru ori, iar apelul $J(0, 0, 0)$ să returneze valoarea 2. (5p.)

Scrieți pe foaia de examen răspunsul pentru fiecare dintre cerințele următoare.

3. Palatul Culturii găzduiește un muzeu format din camere și coridoare. Un coridor conectează bidirecțional două camere diferite. Camerele sunt numerotate de la 0 la $N - 1$, iar cele M coridoare sunt definite prin perechi de camere (a_i, b_i) cu $0 \leq a_i < b_i < N$, unde $0 \leq i < M$. Pentru supravegherea muzeului au fost contractate două firme de securitate concurente, numite S și T , care își vor repartiza paznicii în camere. Exact un paznic va fi repartizat în fiecare cameră. Acesta va supraveghea toate coridoarele care au un capăt în camera respectivă. Fiecare coridor trebuie să fie supravegheat de paznici ai ambelor firme. Pentru firma de securitate S plata unui paznic este $s \in \mathbb{N}$ iar pentru firma T plata este $t \in \mathbb{N}$. Nu există camere izolate: din fiecare cameră pornește cel puțin un coridor. Determinați suma minimă ce trebuie plătită pentru a asigura supravegherea corectă a tuturor coridoarelor, dacă acest lucru este posibil. De exemplu, pentru $N = 3$ camere și coridoarele $(0, 2), (1, 2)$, dacă $s = 10$ și $t = 15$, atunci se va plăti minim $35 = 15 + 10 + 10$, alocând un paznic al firmei T în camera 2 și câte un paznic al firmei S în camerele 0 și 1.

- a) Ce coridoare trebuie să aibă un muzeu cu 3 camere, astfel încât să nu poată fi alocați paznici conform restricțiilor? (5p.)
- b) Dacă $s = 10$, $t = 5$, care este suma minimă ce trebuie plătită pentru $N = 8$ camere și următoarele $M = 7$ coridoare: $(1, 5), (0, 2), (3, 4), (2, 5), (0, 1), (3, 7), (0, 6)$? Justificați răspunsul. (5p.)
- c) `int minPay(int N, int M, int a[], int b[], int s, int t)`
Implementați funcția cu antetul de mai sus care returnează plata minim posibilă, sau -1 dacă nu se pot aloca paznici conform restricțiilor. Cei doi vectori a și b conțin câte M elemente care corespund perechilor de camere $(a[i], b[i])$ (unde $0 \leq i < M$) între care sunt coridoare. (10p.)