

Test la MATEMATICĂ

Se acordă 10 puncte din oficiu. Timpul efectiv de lucru este de 3 ore.

SUBIECTUL I

(30 de puncte)

- | | |
|----|--|
| 5p | 1. Determinați numărul elementelor mulțimii $A = \{x \in \mathbb{Z} \mid x^2 - 1 \leq 35\}$. |
| 5p | 2. Să se arate că vârfurile parabolilor de ecuații $y = 3x^2 + 6x - 1$, $y = -x^2 - 2x$ și $y = 2x^2 + 4x + 5$ sunt coliniare. |
| 5p | 3. Să se afle $x \in \mathbb{R}$ astfel încât $x + \sqrt{3x - 2} = 4$. |
| 5p | 4. Se alege la întâmplare o submulțime nevidă, cu cel mult trei elemente, a mulțimii $A = \{2, 4, 6, 8, 10\}$. Determinați probabilitatea ca suma elementelor submulțimii alese să fie un pătrat perfect. |
| 5p | 5. Stabiliți ecuația mediatoarei segmentului $[AB]$, unde $A(0, 0)$ și $B(2, 2)$. |
| 5p | 6. Calculați $\operatorname{tg} \frac{a}{2}$, știind că $\sin a + \cos a = \frac{7}{5}$ și $a \in \left(0, \frac{\pi}{3}\right)$. |

SUBIECTUL al II-lea

(30 de puncte)

- | | |
|---|---|
| 1. Fie matricea $A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & p \\ 1 & p & 1 \\ p & 1 & 1 \end{pmatrix}$, unde $p \in \mathbb{R}$. | |
| 5p | a) Determinați p astfel încât $\det(A) = 0$. |
| 5p | b) Pentru ce valori ale lui p rangul matricei A este minim? |
| 5p | c) Să se rezolve sistemul $Ax = 0$, pentru $p = -2$. |
| 2. Se consideră polinomul $f = (X^2 - X + 1)^3$. | |
| 5p | a) Găsiți coeficientul lui X^4 . |
| 5p | b) Arătați că $f(-2) + f(2)$ este divizibil cu 10. |
| 5p | c) Determinați suma cuburilor rădăcinilor polinomului f . |

SUBIECTUL al III-lea

(30 de puncte)

- | | |
|---|---|
| 1. Se consideră funcția $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = x^3 + 2x^2 + x + 1$. | |
| 5p | a) Calculați $\lim_{x \searrow 0} \frac{f(x) - 1}{\cos x - 1}$. |
| 5p | b) Studiați monotonia funcției f pe $\mathbb{R}$. |
| 5p | c) Pentru ce valori reale ale lui a ecuația $f(x) = a$ are o singură soluție? |
| 2. Considerăm șirul $(I_n)_{n \in \mathbb{N}}$, unde $I_n = \int_0^\pi \sin^n x \, dx$. | |
| 5p | a) Calculați I_0 și I_1 . |
| 5p | b) Arătați că $I_n = \frac{n-1}{n} I_{n-2}$, $\forall n \geq 2$. |
| 5p | c) Determinați $\lim_{n \rightarrow \infty} I_{2n} \cdot I_{2n-1}$. |