

Concursul de admitere septembrie 2022

Barem

I. Algebră.	Din oficiu	1 p
(a)	Calculul matricei A^2	1 p
	Demonstrarea concluziei: $A \in S$	1 p
	Argumentarea faptului că $B \notin S$	1 p
(b)	Scrierea sistemului verificat de numerele x și y	1 p
	Obținerea valorilor lui y	0,5 p
	Obținerea valorii lui x	0,5 p
(c)	Justificarea relației $C^3 + C^2 + C = 0_2$	1 p
	Justificarea relației $C^4 = C$	1 p
(d)	Demonstrarea faptului că matricea X este inversabilă	1 p
	Demonstrarea faptului că $X^{-1} \in S$	1 p
II. Analiză.	Din oficiu	1 p
(a)	Calculul $f'(x) = 2x + 2^x \ln 2 + \frac{1}{x+1}$ pentru orice $x \in [0, \infty)$	2 p
	Demonstrarea faptului că f este funcție strict crescătoare	1 p
(b)	Graficul funcției f nu are asimptote de niciun tip. Justificare.	1 p
	Demonstrarea faptului că f este funcție injectivă	0,5 p
	Demonstrarea faptului că f este funcție surjectivă	0,5 p
(c)	Calculul $\int_1^2 x^2 dx = \frac{7}{3}$	0,5 p
	Calculul $\int_1^2 2^x dx = \frac{2}{\ln 2}$	0,5 p
	Calculul $\int_1^2 \ln(x+1) dx = 3 \ln 3 - 2 \ln 2 - 1$	0,5 p
	Finalizare	0,5 p
(d)	$\frac{f'(1) + f'(2) + \dots + f'(n)}{2^n} = \frac{n(n+1)}{2^n} + 2 \ln 2 \cdot \frac{2^n - 1}{2^n} + \frac{\frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \dots + \frac{1}{n+1}}{2^n}$ pentru orice $n \in \mathbb{N}^*$	1 p
	$\lim_{n \rightarrow \infty} \frac{f'(1) + f'(2) + \dots + f'(n)}{2^n} = 0 + 2 \ln 2 + 0 = 2 \ln 2$	1 p

III. Geometrie. Din oficiu	1 p
(a) Scrierea corectă a formulei distanței dintre două puncte	1 p
Calculul corect al lungimilor segmentelor $OA = OB = \sqrt{10}$, $AB = \sqrt{20}$	2 p
(b) Demonstrarea faptului că triunghiul OAB este dreptunghic	1 p
Determinarea coordonatelor centrului cercului circumscris $(2, -1)$	0,5 p
Determinarea razei cercului circumscris $R = \sqrt{5}$	0,5 p
(c) Calculul ariei triunghiului ABC	0,5 p
Centrul de greutate $G(3, 0)$ este pe axa Ox	0,5 p
Determinarea punctelor $P_1(5, 2)$ și $P_2(2, 2)$ care verifică simultan cele două condiții	1 p
(d) Ideea de a considera simetricul D al lui A (sau al lui B) față de dreapta d	0,5 p
Punctul M este intersecția dintre d și dreapta DB (sau DA)	0,5 p
Determinarea coordonatelor punctului $M(1, 1)$	1 p
Pentru exprimarea problemei utilizând o funcție și ideea de a găsi punctele de minim ale acestei funcții se acordă 1 punct.	