

Concursul de admitere iulie 2022

Barem

- I. Algebră.** Din oficiu 1 p
- (a) Calculul determinantului matricei A , utilizând proprietăți ale determinantilor,
sau o formulă de calcul 1 p
Evidențierea unui minor de ordinul 2, nenul al matricei A 1 p
Formularea concluziei: $\text{rang}(A) = 2$ 1 p
- (b) Calculul matricelor A^2 și A^3 0,5 p
Evidențierea egalității $A^3 = -A$ 0,5 p
Argumentarea (prin calcul direct, sau prin utilizarea relației anterioare) a
egalității $A^5 + A^3 = O_3$ 1 p
- (c) Descrierea mulțimii soluțiilor sistemului dat (de exemplu $S = \{(t, t, -t) \mid t \in \mathbb{R}\}$) 0,5 p
Exprimarea într-o formă echivalentă a condiției din enunț, folosind un singur parametru
(de exemplu $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}, f(t) = (t-1)^2 + (t-1)^2 + (-t-1)^2 = 3t^2 - 2t + 3$) 0,5 p
Identificarea punctului de minim (pentru funcția de mai sus este $\frac{1}{3}$) 0,5 p
Formularea răspunsului (scrierea soluției (x_0, y_0, z_0) pentru care se realizează minimul):
 $(\frac{1}{3}, \frac{1}{3}, -\frac{1}{3})$ 0,5 p
- (d) Demonstrarea faptului că înmulțirea este lege internă pe G ,
eventual prin alcătuirea tablei operației 0,5 p
Justificarea proprietății de asociativitate (prin demonstrație directă,
sau prin transfer de la $(M_3(\mathbb{R}), \cdot)$ la G) 0,5 p
Justificarea faptului că A^4 este elementul neutru al înmulțirii pe G 0,5 p
Demonstrarea faptului că orice element din G are un invers în G 0,5 p
- II. Analiză.** Din oficiu 1 p
- (a) Calculul corect a cel puțin unei limite laterale în $x_0 = -1$ 0,5 p
Concluzionarea că dreapta de ecuație $x = -1$ este asimptotă verticală 0,5 p
Demonstrația faptului că dreapta de ecuație $x = -3$ este asimptotă verticală 1 p
Graficul lui f nu are asimptote orizontale 0,5 p
Graficul lui f nu are asimptote oblice 0,5 p
- (b) Calculul lui $f'(x)$ ($f'(x) = \frac{2x+4}{x^2+4x+3}$ sau sub forma $f'(x) = \frac{1}{x+1} + \frac{1}{x+3}, x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, -3\}$) 0,5 p
Calculul lui $f''(x)$ ($f''(x) = \frac{-2(x^2+4x+5)}{(x^2+4x+3)^2}$
sau sub forma $f''(x) = -\frac{1}{(x+1)^2} - \frac{1}{(x+3)^2}, x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, -3\}$) 0,5 p
Determinarea semnului lui $f''(x)$ (semnul este minus pentru orice $x \in \mathbb{R} \setminus \{-1, -3\}$) 0,5 p
Determinarea intervalelor de convexitate, i.e. f este concavă pe $(-\infty, -3)$,
respectiv pe $(-3, -1)$, respectiv $(-1, +\infty)$ 0,5 p
- (c) Utilizarea unei metode de calcul care să conducă la rezultat 0,5 p
Finalizarea calculului integralei $\int_0^2 f(x)dx = 5 \ln 5 - 4$ 1,5 p
- (d) Șirul este crescător 0,5 p
Șirul este mărginit 1 p
Șirul este convergent 0,5 p

III. Geometrie.	Din oficiu	1 p
(a)	Scrierea corectă a formulei distanței dintre două puncte	1 p
	Calculul corect al lungimilor segmentelor $AB = AC = BC = \sqrt{3}$	1,5 p
	ABC triunghi echilateral pentru că $AB = AC = BC$	0,5 p
(b)	Coordonatele centrului cercului circumscris $(0, 0)$	1 p
	Raza cercului circumscris $R = 1$	1 p
(c)	$ \vec{AB} + \vec{AC} = 3$	1 p
	$ 2\vec{AB} + 3\vec{AC} = \sqrt{57}$	1 p
(d)	Ideea de a împărți triunghiul în patru triunghiuri congruente (cele patru triunghiuri determinate de mijloacele laturilor)	0,5 p
	Distanța cea mai mare dintre două puncte aflate într-un triunghi echilateral este lungimea laturii și se realizează când punctele sunt vârfuri ale triunghiului	1 p
	Observarea faptului că există cel puțin două puncte într-unul din cele patru triunghiuri și concluzia	0,5 p